

DOI: 10.25065/1810-4894-2018-26-1-73-83

УДК 336.6

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МОДЕЛИ «ЗАТРАТЫ-ВЫПУСК» ДЛЯ ПЛАНИРОВАНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ПРОГРАММЫ ГРУППЫ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ПРЕДПРИЯТИЙ

Б.А. Романов

Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет)

Россия, 125993, Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, 4

Введение. В статье на основе концепции «затраты-выпуск» В. Леонтьева разработана интегрированная модель взаимодействия группы предприятий, совместно производящих промышленную продукцию, в которую синтезирована модель отдельного предприятия (любого) из этой группы. Интегрированная модель позволяет наряду с анализом структуры и взаимодействия предприятий группы, выполнять анализ внутренней структуры и взаимодействия цехов и подразделений отдельного предприятия, а также взаимосвязь этих цехов и подразделений с остальными предприятиями группы взаимодействующих предприятий.

Теория. Разработанная автором статьи интегрированная модель представляет собой обобщение модели «затраты-выпуск» В. Леонтьева в двух отношениях. Во-первых понятие отрасли в модели «затраты-выпуск» В. Леонтьева в интегрированной модели трансформируется в группу взаимодействующих предприятий. Во-вторых каждое из взаимодействующих предприятий трансформируется в совокупность «условных» предприятий, каждое из которых представляет собой отдельный цех, производственную линию, подразделение, рабочую площадку и т.п. Совокупность взаимодействующих «условных» предприятий представляет собой реальное предприятие. Таким образом, разработанная интегрированная модель представляет собой дезинтеграцию модели «затраты-выпуск» В. Леонтьева с уровня отрасли (сектора) государства до уровня предприятия и далее до следующего ниже уровня – уровня цеха, производственной линии и т.п.

Модели. Разработанную интегрированную модель можно использовать для планирования производства в группе взаимодействующих предприятий, расчета их производственных программ. Для этой цели сформулированы две модели, позволяющие решать «прямую» и «обратную» задачи производственной программы. В прямой задаче на основе заданных объемов производства конечной продукции цехов предприятий, рассчитываются требуемые производственные мощности цехов предприятий. В обратной задаче на основе заданных мощностей цехов предприятий рассчитываются максимальные объемы производства конечной продукции цехов предприятий.

Исходные данные и полученные результаты. В качестве исходных данных моделей использована производственная структура, состоящая из трех предприятий. Первое предприятие – это сборочное предприятие, состоящее из одного сборочного цеха. Второе предприятие включает два цеха, а третье – три цеха. Таким образом в группу взаимодействующих «условных» предприятий входит 6 предприятий, первое из которых представляет собой предприятие (цех, производственную линию, сборочную площадку и т.п.) конечной сборки самолета, а остальные предприятия обеспечивают предприятие конечной сборки материалами, деталями, комплектующими изделиями и пр. Все исходные данные условные, но соответствуют качественной картине параметров реальных предприятий. В качестве исходных данных также представлены коэффициенты прямых затрат

Сведения об авторах:

Борис Александрович Романов (канд. техн. наук, boris094@mail.ru), доцент кафедры экономики.

On authors:

Boris A. Romanov (Cand. Sci. (Technical), boris094@mail.ru), Assistant Professor of the Chair of Economics.

продукции «условных» предприятий между собой. В результате расчетов решены «прямая» и «обратная» задачи формирования производственной программы предприятий и цехов.

Заключение. Автором статьи разработана теоретически и практически апробирована интегрированная модель взаимодействия группы предприятий и их цехов, которая позволяет рассчитывать производственные программы этих предприятий и цехов. Результаты исследований могут быть использованы в качестве теоретической и практической основы управления группой взаимодействующих предприятий, включая разработку производственных планов, определения возможностей по производству продукции, разработку краткосрочных и долгосрочных планов развития предприятий

Ключевые слова: промышленное производство, модель «затраты-выпуск», взаимосвязь предприятий, цехов, подразделений, структура промышленного производства

Для цитирования:

Романов Б.А. Использование модели «затраты-выпуск» для планирования производственной программы группы взаимодействующих предприятий // Организатор производства. 2018. Т.26. №1. С. 73-83. DOI: 10.25065/1810-4894-2018-26-1-73-83

THE USE OF «INPUT-OUTPUT» MODEL FOR PRODUCTION PLANNING OF INTERACTING ENTERPRISES

B.A. Romanov

Moscow Aviation Institute (National Research University)
4, Volokolamskoe Road, Moscow, A-80, GSP-3, 125993, Russia

Introduction. In the article integrated model of interacting enterprises on V. Leontieff “input-output” conception is developed. Each of interacting enterprises includes inside structure of shops, production lines and so on. This integrated model allows to analyze the structure of interaction of enterprises between each other and both between the departments of the inside structure of enterprises and also analyze interaction of enterprises departments with other enterprises and their departments.

Theory. Developed by the author of article integrated model is a generalization of V. Leontieff “input-output” model in two respects. Firstly conception of branch in V. Leontieff “input-output” model is transformed in the group of interacting enterprises. Secondly each of interacting enterprises is transformed into the aggregate of “conditional” enterprises, each of them is separate shop, production line, department, working place and so on. The aggregate of interacting “conditional” enterprises presents the real enterprise. In this way developed integrated model presents deintegrated V. Leontieff “input-output” model from the level of branch (sector) to the level of enterprise and further to the next lower level – the level of shop, production line and so on.

Models. Developed integrated model can be used for production planning at a group of interacting enterprises and calculating production programmes. For this goal two models are formulated allowing to solve “direct” and “inverse” tasks. In “direct” task on the base specified volumes of final products needs to calculate production capacities of enterprises shops. In “inverse” task on the base of specified shops capacities needs to calculate maximum volume of final products.

Initial data and results. As initial data are used production structure consisting of three enterprises. The first enterprise is assembly one consisting of one assembly line. The second enterprise includes two shops, the third enterprise includes three shops. So the group of interacting “conditional” enterprises consist of 6 ones. The first of them is final airplane assembly enterprise (shop, production line, assembly place and so on). The rest of enterprises are supply assembly enterprise with materials, details, parts and so on. All data are relative one but conform to qualitative picture of real enterprises parameters. As initial data are used coefficients of direct cost of “conditional” enterprises. As a result of calculation “direct” and “inverse” tasks of shops and enterprises production program are solved.

Conclusions. Article’s author designed theoretically and practically tested integrated model of interacting

enterprises and their shops. This model allows to calculate production programmes of enterprises on the whole and of its departments. Results of these studies can be used as a theoretical and practical base of interacting group enterprises managing, including building production plans, estimation possibilities of production, working out short-term and long-term development plans.

Key words: industrial production, “input-output” model, enterprise interaction, structure of industrial production

For citation:

Romanov B.A. (2018). The use of “input-output” model for production planning of interacting enterprises. *Organizator proizvodstva* = Organizer of Production, 26(1), 73-83. DOI: 10.25065/1810-4894-2018-26-1-73-83 (in Russian)

Введение

Модель «затраты-выпуск» В. Леонтьева [1] представляет собой развитие системы уравнений баланса затрат и распределения продукции экономики государства, разделенной на ряд отраслей [2].

Одним из первых балансов экономики государства был разработанный в СССР баланс народного хозяйства за 1923/1924 г. Как указано в [3], В. Леонтьев соединил баланс межотраслевых пропорций народного хозяйства с математической моделью, характеризующей взаимосвязи между затратами на производство и выпуском продукции различных отраслей.

Модель «затраты-выпуск» может использоваться не только для описания экономики государства в целом, но и в качестве модели производственного плана на отдельном предприятии, что и было выполнено уже в 1961 г. [4] на примере составления производственного плана (техпромфинплана) завода по производству синтетического каучука.

Из современных исследований, посвященных использованию модели межотраслевого баланса применительно к отдельному предприятию можно указать работу [5]. Однако по содержанию эта работа мало чем отличается от работы [4], опубликованной еще в 1961 г. В других современных исследованиях по использованию модели «затраты-выпуск» анализируются различные аспекты оценки функционирования отдельных предприятий и промышленных комплексов.

Так работе [6] для формирования показателя общественной стоимости промышленного производства вводится понятие матрицы влияния (воздействия) предприятия i на функционирование предприятия j . Эта матрица

определяется как произведение матрицы коэффициентов прямых затрат на величину H_i , которая в свою очередь определяется как индекс монополизации рынка производителями товара i . В качестве индекса монополизации рынка используется индекс Херфиндаля-Хиршмана, определяемый как сумма квадратов долей рынка, занимаемых производителями товара i . Вводимая матрица очевидно имеет весьма малое отношение к модели межотраслевого баланса (модели «затраты-выпуск» в западной терминологии), в полном понимании этой модели, если не считать таким отношением использование матрицы коэффициентов прямых затрат для формирования достаточно субъективного показателя общественной стоимости промышленного производства.

В работе [7] в простейшую двухпродуктовую модель «затраты-выпуск» включены параметры, характеризующие субъективную ценность производимой продукции. Эта модифицированная модель «затраты-выпуск», по мнению ее автора, является дискуссионной, с чем нельзя не согласиться, поскольку вводимые параметры достаточно сложно определять практически. В статье [8] исследуется задача оптимизации функционирования многоотраслевого промышленного комплекса в условиях неплатежей предприятий на основе динамической модели межотраслевого баланса. Отдельная отрасль интерпретируется как отдельное предприятие, выпускающее один вид продукции. Последнее обстоятельство существенно ограничивает возможности использования этой модели в практическом применении для управления промышленным комплексом.

Модель В. Леонтьева «затраты-выпуск» используется достаточно широко за рубежом при анализе экономики государства, например, при определении взаимного влияния отраслей и секторов [9-13]. Основой этой модели являются таблицы «затраты-выпуск» (межотраслевой баланс). В СССР межотраслевые балансы разрабатывались, начиная с 1959 года, регулярно: за 1966, 1972, 1977, 1982, 1987 годы и с достаточно подробной продуктовой детализацией.

В постсоветское время эти исследования были практически свернуты. Последние таблицы относятся к 2003 году и опубликованы в 2013 г. Они включают: таблицу ресурсов товаров и услуг по 24 их видам, таблицы использования товаров и услуг; симметричную таблицу «затраты-выпуск», а также вспомогательные таблицы (матрицы) транспортных и торговых наценок, налогов и субсидий на продукты [14].

Насколько далека Россия от мирового уровня разработок межотраслевого баланса показывают следующие примеры. Годовые таблицы «затраты-выпуск» для США по 65 видам продуктов за 1998-2009 годы находятся в открытом доступе на сайте Бюро экономического анализа США. Годовые таблицы разрабатываются на основе базовых таблиц, которые составляют в более широкой номенклатуре продуктов, последние базовые таблицы разработаны за 2002 год по 495 продуктам. Разработка таблиц «затраты-выпуск» является обязательным элементом статистической базы для стран-членов Евросоюза [14].

Правительство России 14 февраля 2009 года выпустило распоряжение N 201-р, которое предписывало Росстату «в целях формирования официальной статистической информации о межотраслевых связях и структурных пропорциях экономики Российской Федерации, а также повышения качества статистических и прогнозных расчетов макроэкономических показателей» разработать базовые таблицы «затраты – выпуск» за 2011 год и в 2015 году представить их в Правительство Российской Федерации и осуществлять разработку базовых таблиц «затраты – выпуск» на регулярной основе 1 раз в 5 лет.

Однако это событие не вызвало заметной реакции в научной среде, хотя оно заслуживает внимания и ученых-экономистов, и управленцев,

занимающихся проблемами развития экономики и ее модернизации, и бизнесменов [14]. Еще менее известно использование концепции «затраты-выпуск» В. Леонтьева для моделирования взаимосвязи группы предприятий.

В СССР такие модели не были развиты в силу планового характера советской экономики, требующей директивного выполнения предприятиями указаний Госплана СССР. В постсоветское время эти модели практически не развивались по причине коренных рыночных экономических преобразований в значительной степени разрушивших индустриальную базу.

В настоящее время, когда рыночные отношения в России в основном сформированы, наступает время возобновления использования моделей «затраты-выпуск» В. Леонтьева. Этому свидетельством является приведенное выше распоряжение Правительства России. Работы по использованию модели «затраты-выпуск» В. Леонтьева в последнее время появились. Так в выполненной в 1998-2013 гг. работе [15] используются таблицы «затраты-выпуск» России за 2003 г., опубликованные в 2013 г.

В отношении использования концепции «затраты-выпуск» для моделирования деятельности предприятий в Российской научной литературе есть лишь упоминание о возможности такого использования. Так в [16] приводится описание простейшей динамической однопродуктовой модели В. Леонтьева для одного предприятия, в которой рассматриваются взаимосвязанные показатели, такие как валовой продукт, конечный продукт, трудовые ресурсы, производственные фонды, капитальные вложения, потребление и т.д. Однако модели, отражающие взаимную связь группы предприятий на основе модели В. Леонтьева ни теоретически, ни практически в России не развиты.

В отличие от [14-16] в данной статье разработана интегрированная модель «затраты-выпуск», содержащая синтез модели «затраты-выпуск» отдельного предприятия (любого) из группы взаимодействующих предприятий с моделью «затраты-выпуск» всей группы взаимосвязанных предприятий. Предлагаемая интегрированная модель позволяет анализировать внутреннюю структуру отдельного предприятия и ее взаимосвязь со структурой взаимосвязи группы взаимодействующих предприятий.

Теория

Модель «затраты-выпуск» для описания взаимодействия группы предприятий в много-продуктовом представлении можно записать в виде системы уравнений:

$$x_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j + y_i, \quad i=1, \dots, n, \quad (1)$$

где x_i – валовой выпуск продукции предприятия i ;

a_{ij} – коэффициент прямых внешних затрат на предприятии j продукции, работ или услуг предприятия i ;

y_i – выпуск конечной продукции на предприятии i ;

n – количество предприятий.

Модель «затраты-выпуск» (1) записана в стоимостном выражении, как и ниже сформулированная модель «затраты-выпуск» с разбивкой по цехам отдельного предприятия. Недостаток модели (1), которая является полной аналогией модели «затраты-выпуск» В. Леонтьева для экономики государства, для целей моделирования взаимодействия производственных предприятий, заключается в том, что в этой модели предполагается, что каждая отрасль выпускает только один продукт. Отрасль соответствует в модели (1) одному предприятию. Обобщение модели В. Леонтьева на случай многопродуктового представления можно выполнить, если предприятие, выпускающее несколько видов продукции, разделить на несколько «условных» предприятий, каждое из которых выпускает только один вид продукции. Под «условным» предприятием можно понимать производственную линию, сборочную площадку и т.п. и другие подразделения, выпускающие конечную продукцию. Ниже такое обобщение для группы взаимодействующих предприятий будет выполнено.

Управление группой предприятий включает составление производственных планов по выпуску продукции. Допустим, что в составе группы взаимодействующих предприятий имеются две группы. Первая группа в основном выпускает продукцию для конечного потребления, а вторая группа в основном выпускает промежуточную продукцию, которая поступает на предприятия первой группы, обеспечивая таким образом выпуск конечной продукции этой группы. Такой

состав взаимодействующих предприятий можно наблюдать, например, в авиастроении. В первую группу входят сборочные предприятия, а во вторую группу предприятия, поставляющие на предприятия первой группы материалы, детали, комплектующие изделия и пр.

Для рассматриваемой группы взаимодействующих предприятий производственные планы обычно сначала устанавливаются для предприятий, выпускающих конечную продукцию. Исходя из планов предприятий, выпускающих конечную продукцию, составляются производственные планы предприятий, выпускающих промежуточную продукцию для обеспечения выпуска этой конечной продукции.

Рассмотрим одно из реальных предприятий с индексом i , $i=1, \dots, n$. Допустим, что производство на этом предприятии с индексом i осуществляется как взаимодействие k цехов (площадок, производственных линий и т.д.), $k = m_1, \dots, m_i$, количество которых на предприятии i обозначим m_i . Будем рассматривать эти цеха как «условные» предприятия, из которых составлено реальное предприятие i .

В цеха этого предприятия кроме продукции других цехов этого же предприятия, поступает промежуточная продукция от других предприятий множества с индексами $i=1, \dots, n$. Предприятие i в свою очередь поставляет промежуточную продукцию другим предприятиям множества с индексами $i=1, \dots, n$. Поскольку реальное предприятие i представляется в виде группы «условных» предприятий, то поставка промежуточной продукции предприятия i другим предприятиям множества с индексами $i=1, \dots, n$ осуществляется «условными» предприятиями, которые будем обозначать индексом i_k , $i = 1, \dots, n, k = m_1, \dots, m_i$.

Соответственно промежуточная продукция «условных» предприятий i_k будет поступать в «условные» предприятия j_k реального предприятия j множества $j = 1, \dots, n$.

Введем матрицу прямых затрат продукции «условных» предприятий в виде $a_{i_k j_k}$, $i, j=1, \dots, n, k = m_1, \dots, m_i$. Тогда можно записать систему уравнений производства и распределения продукции «условных» предприятий аналогично системе уравнений (1):

$$x_{i_k} = \sum_{k=m_1}^{m_i} \sum_{j=1}^n a_{i_k j_k} x_{j_k} + y_{i_k}, \quad i, j=1, \dots, n,$$

$$k=m_1, \dots, m_i, \quad (2)$$

где x_{i_k} – валовой выпуск продукции «условного» предприятия i_k ;

y_{i_k} – выпуск конечной продукции «условного» предприятия i_k .

Матрица $a_{i_k j_k}$, $i, j=1, \dots, n$, $k=m_1, \dots, m_i$

квадратная размерностью $\sum_{i=1}^n m_i$ и рассчитывается

на основе анализа данных по производству и распределению (поставкам) промежуточной продукции «условных» предприятий, т.е. цехов, производственных линий, площадок и т.п., входящих в состав реального предприятия.

Система уравнений (2) для описания взаимодействия «условных» предприятий является обобщением системы уравнений (1) для группы взаимодействующих реальных предприятий с учетом детализации производственной деятельности каждого из предприятий (любого) посредством выделения в его составе «условных» предприятий, т.е. цехов, производственных линий, сборочных площадок и т.п. Тем самым оказывается возможным описать выпуск каждым реальным предприятием нескольких видов продуктов, что было практически невозможно сделать в рамках классической модели В. Леонтьева «затраты-выпуск».

Модели

Разработанную интегрированную модель «затраты-выпуск» можно использовать для планирования производства в группе взаимодействующих предприятий, расчета их производственных программ. Рассмотрим прямую задачу производственного планирования, когда по заданным объемам выпуска конечной продукции требуется рассчитать необходимые производственные мощности. Расчет производственной программы группы рассматриваемых взаимодействующих «условных» предприятий начинается с задания вектора производства конечной продукции, который обозначим y_{i_k} , $i=1, \dots, n$, $k=m_1, \dots, m_i$. Далее рассчитываются требуемые объемы валового выпуска «условных» предприя-

тий. Эти объемы, обозначаемые x_{i_k} , определяются решением системы уравнений (2) относительно заданного вектора y_{i_k} :

$$x_{i_k} = \sum_{k=m_1}^{m_i} \sum_{j=1}^n b_{i_k j_k} y_{j_k}, \quad (3)$$

где $b_{i_k j_k}$ – элементы матрицы, обратной к матрице $(\delta_{i_k j_k} - a_{i_k j_k})$, $i, j=1, \dots, n$, $k=m_1, \dots, m_i$;

$\delta_{i_k j_k}$ – символ Кронекера ($\delta_{i_k j_k} = 1$ при $i_k = j_k$, $\delta_{i_k j_k} = 0$ при $i_k \neq j_k$).

Для системы уравнений (2) принято допущение, что матрица $(\delta_{i_k j_k} - a_{i_k j_k})$ продуктивная, т.е. обратная матрица существует и доставляет для системы уравнений (2) такое решение (3), что $y_{i_k} \geq 0$.

Для расчета производственной программы по «условным» предприятиям, т.е. величины x_{i_k} , $i=1, \dots, n$, $k=m_1, \dots, m_i$ по цехам, производственным линиям, сборочным площадкам и т.п. реального предприятия, полагаем, что в системе уравнений (2) вектор y_{i_k} задан и обозначим его

\hat{y}_{i_k} . Подставив в систему уравнений (2) вектор \hat{y}_{i_k} , получим:

$$\hat{x}_{i_k} = \sum_{k=m_1}^{m_i} \sum_{j=1}^n b_{i_k j_k} \hat{y}_{j_k}, \quad i, j=1, \dots, n,$$

$$k=m_1, \dots, m_i, \quad (4)$$

где \hat{x}_{i_k} – требуемые валовые выпуски «условных» предприятий для обеспечения производства конечной продукции в объеме \hat{y}_{i_k} .

Решение прямой задачи можно использовать для решения задачи управления по развитию производственных мощностей предприятия и цехов реальных предприятий. В обратной задаче планирования для исходных данных валовых выпусков продукции предприятий и цехов (заданных мощностей) требуется определить выпуск конечной продукции. Решение обратной

задачи можно получить, решая систему уравнений (2) относительно заданных величин валовых выпусков продукции (заданных мощностей) предприятий и цехов x_{i_k} , $i=1, \dots, n$,

$k=m_1, \dots, m_i$. Это оптимизационная задача, поскольку существуют различные варианты выпуска конечной продукции и решение в общем случае можно получить, используя стандартные методы решения задач линейного программирования.

Однако практически всегда известно, в каких пропорциях требуется выпускать конечную продукцию. Естественно, что эти пропорции зависят от различных условий постановки задачи. В данном случае конкретная постановка не важна, а важен сам принцип, что конечная продукция выпускается в заданных пропорциях.

Допустим, что общий объем выпуска конечной продукции всех «условных» предприятий, обозначаемый Y , распределяется по «условным» предприятиям в пропорциях, определяемых вектором φ_{i_k} :

$$\varphi_{i_k} = \frac{y_{i_k}}{Y}, \quad i=1, \dots, n, \quad k=m_1, \dots, m_i \quad (5)$$

Из соотношений (5) получаем выражения для вектора y_{i_k} $y_{i_k} = \varphi_{i_k} Y$, $i=1, \dots, n$, $k=m_1, \dots, m_i$.

Рассмотрим систему уравнений (4). Поскольку в этих уравнениях величина \hat{x}_{i_k} задана, а величина y_{j_k} свободная, поэтому равенства в этой системе уравнений как правило не существуют. Можно лишь рассматривать неравенства

вида
$$\hat{x}_{i_k} \geq \sum_{k=m_1}^{m_i} \sum_{j=1}^n b_{i_k j_k} y_{j_k} \quad \text{или}$$

$$\hat{x}_{i_k} \leq \sum_{k=m_1}^{m_i} \sum_{j=1}^n b_{i_k j_k} y_{j_k} .$$

Из этих двух видов неравенств выберем первые, поскольку всегда можно подобрать настолько малые значения y_{j_k} , что неравенства будут выполняться. Во

вторых неравенствах наоборот, можно всегда найти такие правые части, что они выполняться не будут. Поэтому вторые неравенства рассмат-

ривать не будем.

Подставив в первые неравенства вместо y_{j_k} величину $\varphi_{i_k} Y$, получаем систему неравенств:

$$\hat{x}_{i_k} \geq \sum_{k=m_1}^{m_i} \sum_{j=1}^n b_{i_k j_k} y_{j_k} = Y \sum_{k=m_1}^{m_i} \sum_{j=1}^n b_{i_k j_k} \varphi_{i_k}$$

Из этих неравенств получаем систему неравенств для неизвестной величины Y :

$$Y \leq \frac{\hat{x}_{i_k}}{\sum_{k=m_1}^{m_i} \sum_{j=1}^n b_{i_k j_k} \varphi_{i_k}}, \quad i=1, \dots, n, \\ k=m_1, \dots, m_i.$$

Величины в правой части этих равенств представляют собой компоненты вектора, которые обозначим g_{i_k} , $i=1, \dots, n$, $k=m_1, \dots, m_i$.

Поскольку величина Y должна быть меньше или равна любой компоненте вектора g_{i_k} , то

получаем, что величина Y точно равна: $Y = \min_{i_k} g_{i_k}$.

Решение обратной задачи, как и прямой, можно использовать для составления программ развития производственных мощностей отдельных предприятий и всего комплекса промышленного производства.

Исходные данные и полученные результаты

Приведем числовые примеры формирования производственных планов группы взаимодействующих предприятий и отдельного предприятия из этой группы. В качестве прообраза группы взаимодействующих предприятий будем рассматривать условный пример группы взаимодействующих «условных» предприятий авиастроения. Всего в группу входят три реальных предприятия. Первое предприятие – это сборочное предприятие, состоящее из одного сборочного цеха. Второе предприятие включает два цеха, а третье – три цеха.

В этом примере $i=1, 2, 3$, $k=m_1, m_2, m_3$, $m_1=1$, $m_2=2$, $m_3=3$. Таким образом в группу взаимодействующих «условных» предприятий входит 6 предприятий, первое из которых представляет собой предприятие (цех, производственную линию, сборочную площадку

и т.п.) конечной сборки самолета, а остальные предприятия обеспечивают предприятие конечной сборки материалами, деталями, комплектующими изделиями и пр. Все исходные данные условные, но соответствуют качественной картине параметров реальных предприятий.

В соответствии с заданными условиями второе и третье реальные предприятия

трансформируются в 2 и 3 «условных» предприятий по числу входящих в их состав цехов (производственных линий, сборочных площадок и т.п.). Первое реальное предприятие, представляющее собой один сборочный цех, превращается в одно «условное» предприятие. В итоге получаем систему «затраты-выпуск» «условных» предприятий из 6 уравнений:

$$\begin{aligned} x_{11} &= a_{111} x_{11} + a_{112} x_{21} + a_{112} x_{22} + a_{131} x_{31} + a_{132} x_{32} + a_{133} x_{33} + y_1; \\ x_{21} &= a_{211} x_{11} + a_{212} x_{21} + a_{212} x_{22} + a_{213} x_{31} + a_{213} x_{32} + a_{213} x_{33} + y_2; \\ x_{22} &= a_{221} x_{11} + a_{222} x_{21} + a_{222} x_{22} + a_{223} x_{31} + a_{223} x_{32} + a_{223} x_{33} + y_2; \\ x_{31} &= a_{311} x_{11} + a_{312} x_{21} + a_{312} x_{22} + a_{313} x_{31} + a_{313} x_{32} + a_{313} x_{33} + y_3; \\ x_{32} &= a_{321} x_{11} + a_{321} x_{21} + a_{322} x_{22} + a_{323} x_{31} + a_{323} x_{32} + a_{323} x_{33} + y_3; \\ x_{33} &= a_{331} x_{11} + a_{331} x_{21} + a_{332} x_{22} + a_{333} x_{31} + a_{333} x_{32} + a_{333} x_{33} + y_3. \end{aligned}$$

В табл. 1 представлены коэффициенты прямых затрат «условных» предприятий $a_{i_k j_k}$. $i, j = 1, 2, 3$, $k = m_1, m_2, m_3$, $m_1 = 1$, $m_2 = 2$, $m_3 = 3$. В табл. 2 представлена матрица коэффициентов $b_{i_k j_k}$, обратных к матрице коэффициентов $(\delta_{i_k j_k} - a_{i_k j_k})$.

При решении прямой задачи для группы «условных» предприятий задается вектор \hat{y}_{i_k} выпуска конечной продукции «условными» предприятиями в виде только одного компонента \hat{y}_{i_1} , т.к. предполагается, что остальные «условные» предприятия выпускают только промежуточную продукцию (табл. 3).

Исходя из вектора \hat{y}_{i_k} и матрицы коэффици-

циентов $b_{i_k j_k}$ по формуле (4) вычисляется вектор \hat{x}_{i_k} требуемого валового выпуска продукции «условных» предприятий (табл. 3).

При решении обратной задачи задаются:

- пропорции выпуска конечной продукции реальных и «условных» предприятий, т.е. величины $\varphi_{11} = 1$, $\varphi_{i_k} = 0$, $i = 2, 3$, $k = m_2, m_3$, $m_2 = 2$, $m_3 = 3$;
- заданная величина валового выпуска «условных» предприятий \hat{x}_{i_k} (табл. 4).

Вычисляются значения величин g_{i_k} , $i = 1, 2, 3$, $m_1 = 1$, $m_2 = 2$, $m_3 = 3$ минимальное значение которых определяет максимальный общий объем выпуска конечной продукции первого «условного» (т.е. реального) предприятия.

Таблица 1

Матрица коэффициентов $a_{i_k j_k}$, $i, j=1,2,3$, $k=m_1, m_2, m_3$, $m_1=1$, $m_2=2$, $m_3=3$

Table 1

Matrix of coefficients $a_{i_k j_k}$, $i, j=1,2,3$, $k=m_1, m_2, m_3$, $m_1=1$, $m_2=2$, $m_3=3$

№ «Усл.» предпр.	1 ₁	2 ₁	2 ₂	3 ₁	3 ₂	3 ₃
1 ₁	0	0,03	0,02	0,04	0,05	0,03
2 ₁	0,05	0	0,04	0,03	0,02	0,01
2 ₂	0,04	0,03	0	0,02	0,03	0,04
3 ₁	0,03	0,02	0,01	0	0,05	0,08
3 ₂	0,06	0,07	0,06	0,05	0	0,02
3 ₃	0,03	0,02	0,01	0,03	0,05	0

Таблица 2

Обратная матрица коэффициентов $b_{i_k j_k}$, $i, j=1,2,3$, $k=m_1, m_2, m_3$, $m_1=1$, $m_2=2$, $m_3=3$

Table 2

Inverse matrix of coefficients $b_{i_k j_k}$, $i, j=1,2,3$, $k=m_1, m_2, m_3$, $m_1=1$, $m_2=2$, $m_3=3$

№ «Усл.» предпр.	1 ₁	2 ₁	2 ₂	3 ₁	3 ₂	3 ₃
1 ₁	1,009	0,037	0,026	0,046	0,056	0,036
2 ₁	0,055	1,006	0,043	0,035	0,027	0,017
2 ₂	0,046	0,036	1,005	0,026	0,037	0,045
3 ₁	0,038	0,028	0,016	1,008	0,058	0,084
3 ₂	0,07	0,077	0,066	0,058	1,011	0,03
3 ₃	0,036	0,026	0,015	0,035	0,055	1,006

Таблица 3

Векторы \hat{y}_{i_k} , \hat{x}_{i_k} млрд. руб.

Table 3

Vectors \hat{y}_{i_k} , \hat{x}_{i_k} billion rub.

№ «Усл.» предпр.	1 ₁	1 ₁	2 ₁	2 ₂	3 ₁	3 ₂	3 ₃
\hat{y}_{i_k}	5 000	0	0	0	0	0	0
\hat{x}_{i_k}	5045	275	230	268	190	3509	180

Таблица 4

Решение обратной задачи, млрд. руб.

Table 4

Decision of inverse task, billion rub.

№ «Усл.» предпр.	1 ₁	2 ₁	2 ₂	3 ₁	3 ₂	3 ₃
\hat{x}_{i_k}	6000	200	300	300	500	300
g_{i_k}	5946	3636	6521	7894	7142	8333

Результаты решения прямой задачи представлены в табл. 3, а обратной задачи в табл. 4. Минимальное значение g_{i_k} равно 3636 млрд руб.

Эта величина представляет собой общий объем выпуска конечной продукции группы предприя-

тий. Конечную продукцию выпускает первое «условное» оно же и реальное предприятие. При этом лимитирующей мощностью является мощность второго «условного» предприятия.

Заключение

В статье разработана интегрированная ма-

тематическая модель взаимодействия группы предприятий, совместно выпускающих производственную продукцию на основе концепции В. Леонтьева «затраты-выпуск». В этой модели осуществлен синтез модели «затраты-выпуск» группы взаимодействующих реальных предприятий и группы «условных» предприятий, в которую трансформируются реальные предприятия посредством выделения из них «условных» предприятий, представляющих собой отдельные цеха (производственные линии, сборочные площадки и т.п.) реального предприятия. Интегрированная модель позволяет более детально анализировать как работу отдельного предприятия, так и его взаимодействие с остальными предприятиями группы.

Разработаны алгоритмы решения задач управления промышленным производством группы взаимодействующих предприятий, включая задачу определения необходимых производственных мощностей предприятий и цехов и подразделений внутри них (прямая задача) и задачу определения максимально возможного объема конечной продукции на имеющихся мощностях (обратная задача).

Приведены числовые примеры решения задач управления промышленным производством на примере авиастроения. В этих примерах в состав группы взаимодействующих предприятий входит предприятие конечной сборки самолетов и предприятия, поставляющие на сборочные предприятия отсеки самолетов, материалы, детали, узлы и комплектующие изделия.

Библиографический список

1. Леонтьев В.В. Избранные произведения в 3-х томах. М.: ЗАО «Издательство «Экономика», 2006 г.
2. Моделирование народно-хозяйственных процессов / Под ред. Дадаева В.С. - М.: Экономика, 1973.- 479 с.
3. Немчинов В.С. Избранные произведения: в 6 т. М.: «Наука», 1967-1969, т. 5, с. 192-194.
4. Федорович М.М., Черейская Н.Н., Соколова Л.В., Тобелко И.Л. Математический метод составления техпромфинплана завода / В кн. Применение математики в экономических исследованиях. Под редакцией академика В.С. Немчинова, т. 2, М.:Соцэкгиз, 1961, с.248-295.
5. Кузнецова Т.И., Белоусова О.Н. Использование матричных моделей на машиностроительном предприятии в условиях кризиса. // Гуманитарный вестник, 2013, вып. 8. URL:<http://hmbul.bmstu.ru/catalog/econom/hidden/100.html>
6. Волощук С.Д. Оценка эффективности управления объектами оборонно-промышленного комплекса на основе показателя общественной стоимости. М.: Наука, 2009.
7. Курьшев Н.И. Модель «затраты-выпуск»: количественный и ценностный анализ производства // Вестник кибернетики. 2013. № 12.
8. Федоров В.В., Катулев А.Н., Колесник А.Н. Оптимальный режим функционирования промышленного комплекса в условиях финансового кризиса // Мат. моделирование. 2001. № 10.
9. Dietzenbacher E. [et al.] Input-Output Analysis: The next 25 Years [Journal] // Economic System Research / ed. Lenzen M. Los B. – Abington, UK: Taylor & Francis, December 2013/- 4: Vol. 25. – pp 369-389.
10. Hatanaka M. Note on Consolidation within a Leontief System // Econometrica. 1952. Vol. 20, № 2. P301-303.
11. Mitsutaka Matsuvoto and Jun Fujimoto. The development of an enterprise input output model and its application to industrial environmental management // Journal of Applied Input-Output Analysis, Vol. 13&14, 2008.
12. Zeng Guang-mng, Yuan Xing-zhong, Zhang Pan-yue, Guo Huai-cheng, Gordon Guo-He Huang, L. Hemelaar. Environmental input-output model and its analysis with a focus on solid waste management sectors // Journal of Environmental Sciences, Vol 12. No2, pp 178-183, 2000.
13. S.Azra Batool, Salyha Zulfiqar. Analyzing the Input-Output Relationship of small and medium Enterprises in Pakistan: Econometric Approach // International Journal of Business and Economic Development. Vol. 1 Number 1 March 2013.
14. Михеева Н.Н. Таблицы «затраты-выпуск»: новые возможности экономического анализа // «Вопросы экономики», №7, 2011.
15. Позамантир Э.И. Вычислимое общее равновесие экономики и транспорта. Транспорт в динамическом межотраслевом балансе. М.: «ПОЛИ ПРИНТ СЕРВИС», 2014.280 с.
16. Ширяев В.И., Ширяев Е.В. Принятие решений. Динамические задачи управления фирмой. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2016. -192 с.

Поступила в редакцию – 13 февраля 2018 г.

Принята в печать – 2 марта 2018 г.

References

1. Leont'ev V. V. Selected works in 3 volumes. M.: ZAO "publishing house "Ekonomika", 2006.
2. Modeling of national economic processes / edited by Dadayan V. S.-M.: Economics, 1973.- 479 p.
3. Nemchinov, V. S. Selected works: in 6 T. M.: "Nauka", 1967-1969, vol. 5, p. 192-194.
4. F. M. M., Cherasca N.N., Sokolova L. V., Cobelco I. L. a Mathematical method of making tekhprom-finplan plant / In the book. The use of mathematics in economic research. Edited by academician vs Nemchinov, vol. 2, M.: Sotsekgiz, 1961, pp. 248-295.
5. Kuznetsova T. I., Belousova O. N. (2013). Use of matrix models at the machine-building enterprise in the conditions of crisis. *Gumanitarnyj vestnik = Humanities Bulletin*, 8. URL:<http://hmbul.bmstu.ru/catalog/econom/hidden/100.html>
6. Voloschuk S. D. estimation of efficiency of management of objects of military-industrial complex on the basis of the index of public cost. Moscow: Science, 2009.
7. Kuryshev N.I. (2013). Model "input-output": quantitative and value analysis of production. *Vestnik kibernetiki = Bulletin of Cybernetics*, 12.
8. Fedorov In, In., Katulev A. N., Kolesnik A. N. The optimal mode of operation of the industrial complex in the financial crisis // *Mat. modeling*. 2001. No. 10.
9. Dietzenbacher E. [et al.] Input-Output Analysis: the next 25 Years [Journal] // *Economic System Research* / ed. Lenzen M. Los B.-Abington, UK: Taylor & Francis, December 2013/- 4: Vol. 25. - pp 369-389.
10. Hatanaka M. Note on Consolidation within a Leontief System // *Econometrica*. 1952. Vol. 20 , No. 2. P301-303.
11. Mitsutaka Matsuvoto and Jun Fujimoto. The development of an enterprise input output model and its application to industrial environmental management // *Journal of Applied Input-Output Analysis*, Vol. 13 & 14, 2008.
12. Zeng Guang-mng, Yuan Xing-zhong, Zhang Pan-yue, Guo Huai-cheng, Gordon Guo-He Huang, and L. Hemelaar. Environmental input-output model and its analysis with a focus on solid waste management sectors // *Journal of Environmental Sciences*, Vol 12. No2, pp 178-183, 2000.
13. S. Azra Batool, Salyha Zulfiqar. Analyzing the Input-Output Relationship of small and medium Enterprises in Pakistan: economic Approach // *International Journal of Business and Economic Development*. Vol. 1 Number 1 March 2013.
14. Mikheeva N.H. (2011). Tables "input-output": new opportunities for economic analysis. *Voprosy Jekonomiki = Economic Issues*, 7.
15. Pozamantir E. I. Computable General equilibrium of Economics and transport. Transport in a dynamic inter-sectoral balance sheet. M.: "POLY PRINT SERVICE", 2014.- 280 p.
16. Shiryayev V. I., Shiryayev E. V. Decision-making. Dynamic problems of company management. Moscow: Book house "LIBROKOM", 2016. 192 p.

Received – 13 February 2018.

Accepted for publication – 2 March 2018.